数学Ⅰ 第1章数と式第2節実数　確認テスト②　　解答　1年(　)組(　)番　名前(　　　　　　　　)

解説

1 $\dfrac{1}{7}=0.142857142857\cdots\cdots=0.\dot{1}4285\dot{7}$

解説

2 (1)　$x=0.\dot{5}\dot{4}$ とおく。

$$x=\ \ 0.545454\cdots\cdots \quad ①$$
$$100x=54.545454\cdots\cdots \quad ②$$

②−① から　$100x-x=54$

$99x=54$

よって　$x=\dfrac{54}{99}=\dfrac{6}{11}$

(2)　$x=2.1\dot{3}\dot{6}$ とおく。

$$10x=\ \ 21.363636\cdots\cdots \quad ①$$
$$1000x=2136.363636\cdots\cdots \quad ②$$

②−① から　$1000x-10x=2115$

$990x=2115$

よって　$x=\dfrac{2115}{990}=\dfrac{47}{22}$

解説

3 (1)　自然数は　5

(2)　整数は　$-2,\ 0,\ 5$

(3)　有理数は　$-2,\ 0,\ \dfrac{2}{3},\ -\dfrac{9}{8},\ 5,\ 0.12,\ 0.\dot{8}$

(4)　無理数は　$\sqrt{2},\ \pi$

解説

4 正しくないものは②

解答例　$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ となり、2は有理数であるから，2つの無理数の積は無理数になるとは限らない。

解説

5 (1)　$|-2.5|=2.5$　　(2)　$|2|-|-7|=2-7=-5$

(3)　$\pi-4<0$ であるから　$|\pi-4|=-(\pi-4)=4-\pi$

解説

6 (1)　5の平方根は2乗すると5になる数であるから　$\pm\sqrt{5}$

(2)　$\sqrt{3^2}=3,\quad \sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$

解説

7 (1)　$\sqrt{2}\sqrt{7}=\sqrt{2\cdot 7}=\sqrt{14}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}}=\sqrt{\dfrac{6}{24}}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{1}{2}$

(3)　与式$=2\sqrt{7}-3\sqrt{7}+2\sqrt{7}=(2-3+2)\sqrt{7}=\sqrt{7}$

(4)　与式$=(3\sqrt{3}-2\sqrt{5})-(4\sqrt{3}-3\sqrt{5})$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{5}-4\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

$=(3-4)\sqrt{3}+(-2+3)\sqrt{5}$

$=-\sqrt{3}+\sqrt{5}$

(5)　与式$=2\sqrt{2}\cdot 4\sqrt{2}+2\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{2}-\sqrt{3}\cdot 5\sqrt{3}$

$=8\cdot 2+10\sqrt{6}-4\sqrt{6}-5\cdot 3$

$=1+6\sqrt{6}$

(6)　与式$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2=7-3=4$

(7)　与式$=(2\sqrt{3})^2-2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2$

$=4\cdot 3-12\sqrt{6}+9\cdot 2$

$=30-12\sqrt{6}$

(8)　与式$=(2\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-3\sqrt{3})$

$=2\cdot(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{5}-3\cdot(\sqrt{3})^2$

$=10-6\sqrt{15}+\sqrt{15}-9$

$=1-5\sqrt{15}$

解説

8 (1)　与式$=\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

(2)　与式$=\dfrac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=\dfrac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3})^2-2^2}$

$=2-\sqrt{3}$

(3)　与式$=\dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}=\dfrac{(\sqrt{6})^2-2\sqrt{12}+(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\dfrac{8-4\sqrt{3}}{4}=2-\sqrt{3}$

解説

9 (1)　与式$=\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\dfrac{1}{2\sqrt{5}}-\dfrac{1}{3\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{10}-\dfrac{\sqrt{5}}{15}=\dfrac{6\sqrt{5}-3\sqrt{5}-2\sqrt{5}}{30}$

$=\dfrac{\sqrt{5}}{30}$

(2)　与式$=\dfrac{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}-\dfrac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+3)}{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)}$

$=\dfrac{(\sqrt{5})^2-\sqrt{5}-3\sqrt{5}+3}{(\sqrt{5})^2-1^2}-\dfrac{(\sqrt{5})^2+3\sqrt{5}+\sqrt{5}+3}{(\sqrt{5})^2-3^2}$

$=\dfrac{8-4\sqrt{5}}{4}-\dfrac{8+4\sqrt{5}}{-4}=2-\sqrt{5}+2+\sqrt{5}$

$=4$

解説

10 (1)　公式 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ を用いて

与式$=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+2\sqrt{3}\sqrt{5}+2\sqrt{5}\sqrt{2}$

$=2+3+5+2\sqrt{6}+2\sqrt{15}+2\sqrt{10}$

$=10+2\sqrt{6}+2\sqrt{10}+2\sqrt{15}$

(2)　与式$=\{\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}\{\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})\}$

$=(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2=2-(3-2\sqrt{15}+5)$

$=-6+2\sqrt{15}$

解説

11 　与式$=\dfrac{1+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\{(1+\sqrt{5})+\sqrt{6}\}\{(1+\sqrt{5})-\sqrt{6}\}}$

$=\dfrac{1+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{(1+\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2}=\dfrac{1+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{(1+2\sqrt{5}+5)-6}$

$=\dfrac{1+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{(1+\sqrt{5}-\sqrt{6})\sqrt{5}}{2(\sqrt{5})^2}$

$=\dfrac{5+\sqrt{5}-\sqrt{30}}{10}$

(解説)

12 (1)　x の分母を有理化すると

$$x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$$
$$=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{5}+2$$

y の分母を有理化すると

$$y=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$$
$$=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{5}-2$$

よって　　$x+y=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$

$xy=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=(\sqrt{5})^2-2^2=1$

参考　x，y それぞれの分母を有理化せずに，直ちに $x+y$ を計算してもよい。なぜなら，

分母が $\sqrt{5}-2$ と $\sqrt{5}+2$ であるから，通分と同時に分母が有理化されるからである。

(2)　$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{5})^2-2\cdot1=18$

(解説)

13 (1)　$\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$=2+\sqrt{3}$

$1<\sqrt{3}<2$ であるから　　$3<2+\sqrt{3}<4$

よって　　$a=3$

$b=(2+\sqrt{3})-a=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

(2)　$a+2b+b^2+1=3+2(\sqrt{3}-1)+(\sqrt{3}-1)^2+1$

$=3+2\sqrt{3}-2+(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}+1+1$

$=6$

別解　$a+2b+b^2+1=a+(b+1)^2=3+(\sqrt{3}-1+1)^2$

$=3+(\sqrt{3})^2=6$

(解説)

14 (1)　与式$=\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3\cdot1}}=\sqrt{3}+\sqrt{1}=\sqrt{3}+1$

(2)　与式$=\sqrt{(3+2)-2\sqrt{3\cdot2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$